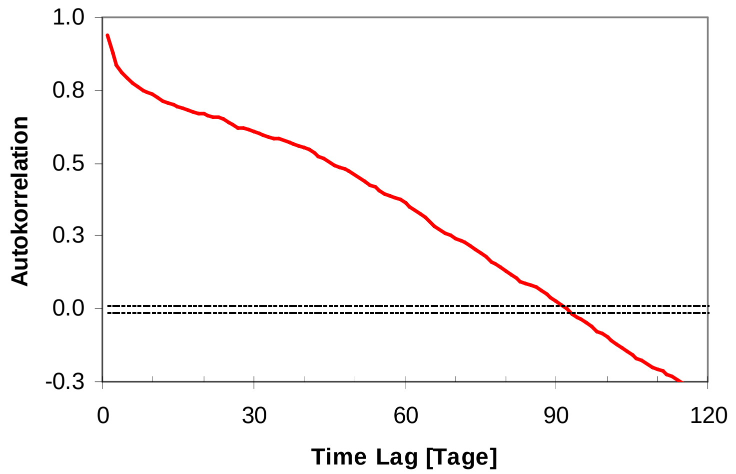
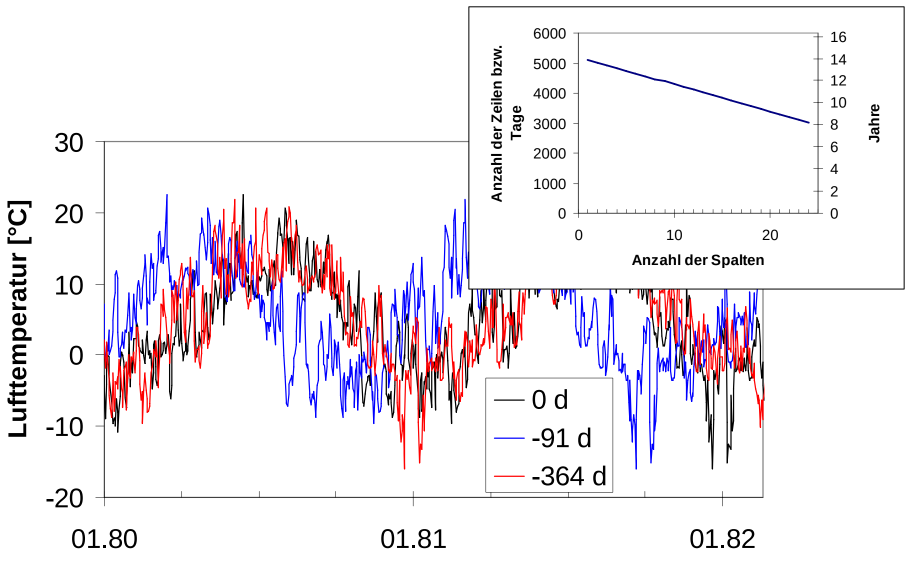
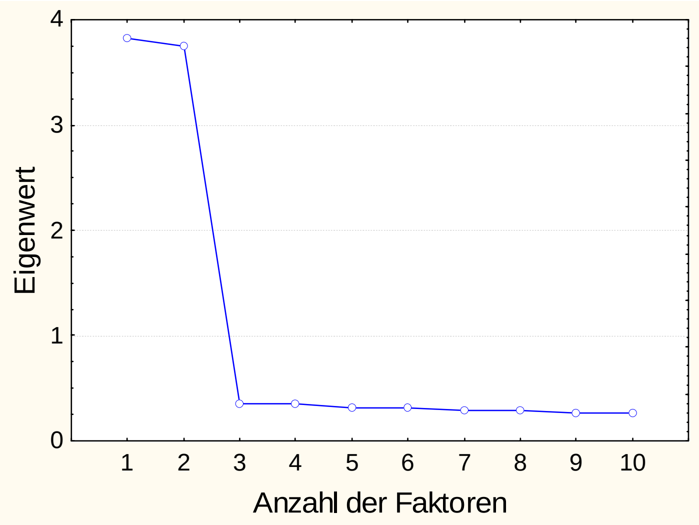
Autokorrelation



SSA für Temperaturwerte

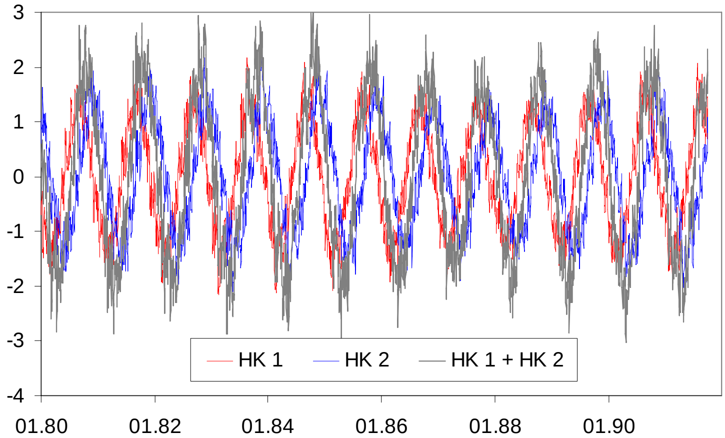


Hauptkomponentenanalyse



Rekonstruierte Komponenten

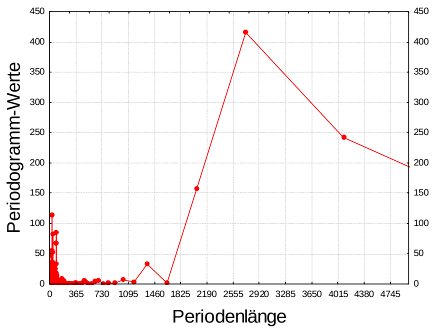
HK 1 + HK 2: 75% der Varianz



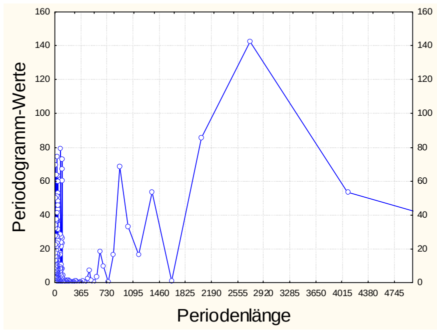
Rekonstruierte Komponenten

HK 3 + HK 5: 6,6% der Varianz

HK 3

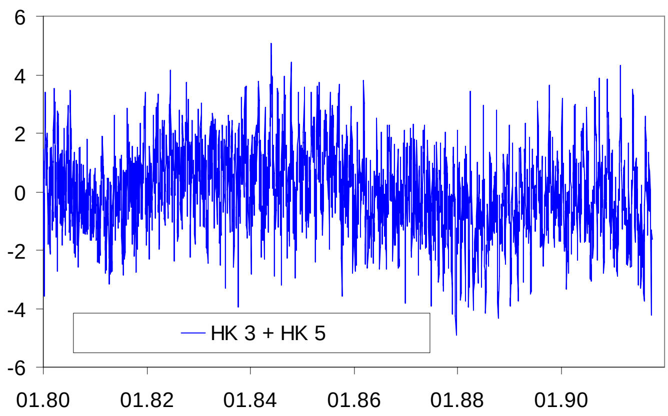


HK 5



Rekonstruierte Komponenten

HK 3 + HK 5: % der Varianz



Bruchpunktanalyse

Ziel:

- Detektion abrupter Änderungen in der Dynamik einer Zeitreihe

Verfahren:

1. Doppelsummenkurve
2. Bruchpunktanalyse nach Mann-Whitney-Pettitt
3. Progressive Detrended Fluctuation Analysis (PDFA)

Doppelsummenkurve

(Double Mass Curve)

Ansatz: Überprüfung der zeitlichen Konstanz des Verhältnisses zweier kausal verknüpfter Variablen

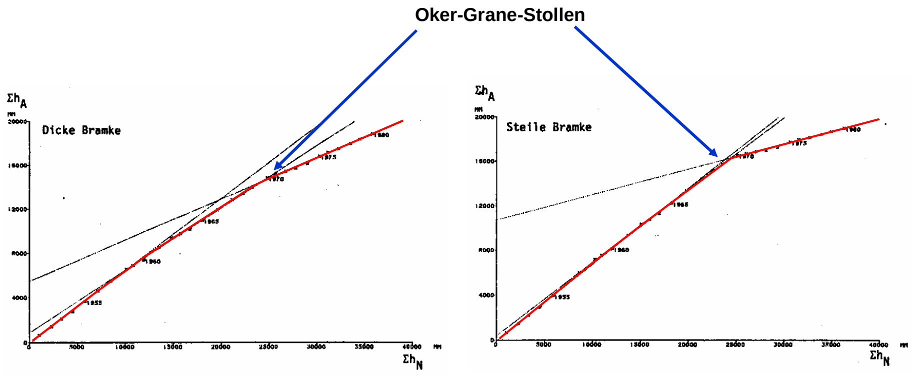
Problem: zeitliche Verzögerung der Wirkung, Tiefpassfilterung, etc.

Methode: Auftragen der kumulierten Werte der einen Variablen gegen die kumulierten Werte der zweiten Variablen, die zu den gleichen Zeitpunkten bestimmt wurden

Interpretation: Änderungen der Dynamik (des Verhältnisses der Variablen) sind an der veränderten Steigung der Doppelsummenkurve erkennbar

Niederschlag und Abfluss (Bramke)

(jeweils Jahressummen)



(Liebscher 1988; zit. nach Schweiger 1997)

Bruchpunktanalyse

(Change Point Analysis)

Abwandlung des Mann-Whitney-U-Tests durch Pettitt (1979) für den Vergleich zweier Teilstücke einer Zeitreihe

Mann-Whitney-U-Test:

= Parameterfreier Test zur Überprüfung auf signifikante Unterschiede zwischen zwei Datensätzen (analog zum t-Test) für unabhängige Stichproben metrisch oder ordinal skalierter Variablen

Prinzip: Vergleich der Rangsummen der Werte zweier Gruppen

Bruchpunktanalyse: Verfahren

1. Entrenden der Zeitreihe

2. Aufteilung der Zeitreihe in zwei Abschnitte $x_1, ..., x_m$ und $x_{m+1}, ..., x_n$

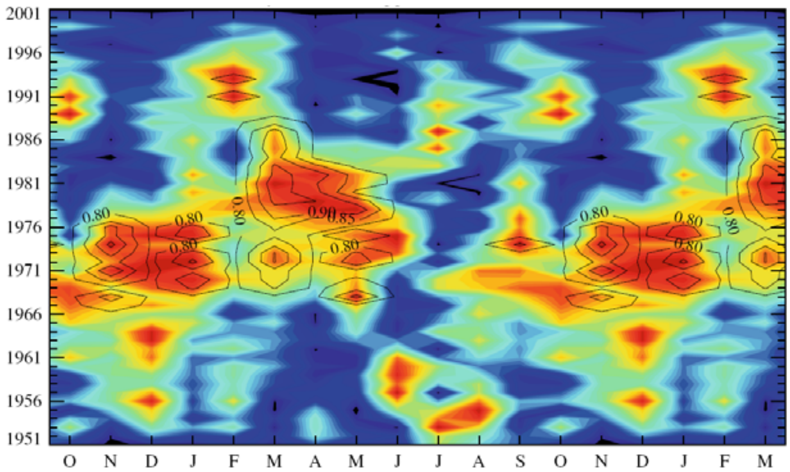
3. Bestimmung der Testgröße $U_{m,n} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=m+1}^{n} \operatorname{sgn}(x_i - x_j)$

mit $\operatorname{sgn}(x_i - x_j) = \begin{cases} 1 & \text{für} \quad x_i - x_j > 0 \\ 0 & \text{für} \quad x_i - x_j = 0 \\ -1 & \text{für} \quad x_i - x_j < 0 \end{cases}$

3. Wiederholung mit variiertem $\boldsymbol{m}$ und Bestimmung des maximalen $\boldsymbol{U}$

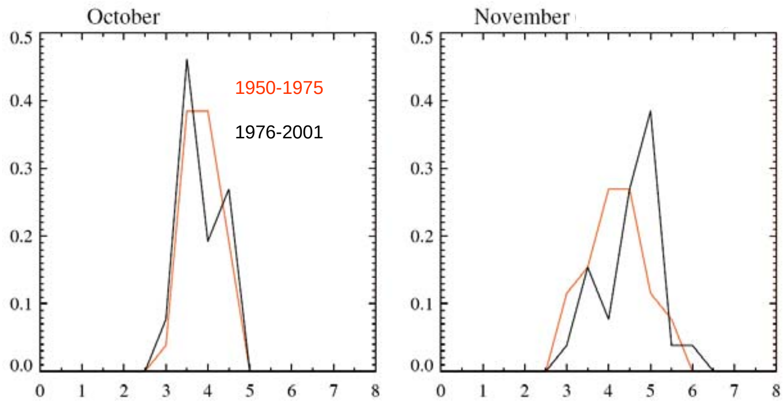
4. Bestimmung des Signifikanzniveaus: $p(m) = 1 - e^{\frac{-6 \cdot U(m)^2}{n^3 + n^2}}$

Niederschlag im Paraná-Plata-Becken: Maximale U



(Boulanger et al. 2005)

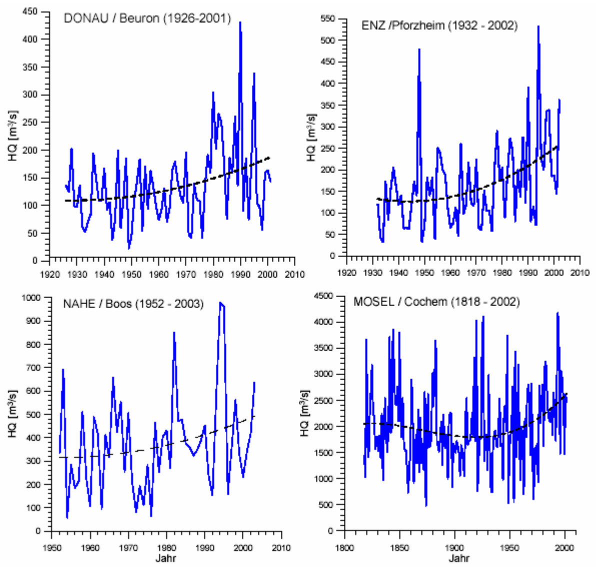
Niederschlag im Paraná-Plata-Becken: Häufigkeitsverteilungen



(Boulanger et al. 2005)

Bruchpunktanalyse: Beispiel

(Caspary 2004)

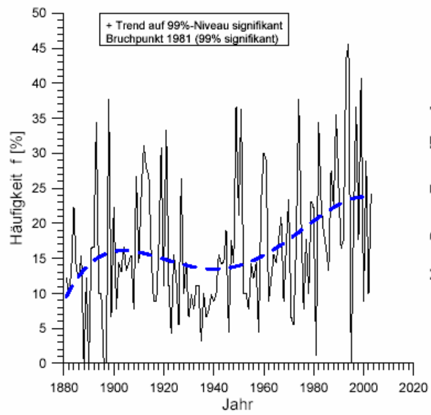


Bruchpunkte 1976-1977

(p = 99% bzw. p = 96%)

Bruchpunktanalyse: Beispiel

(Caspary 2004)



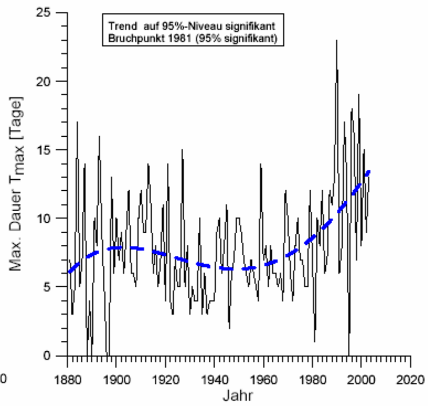
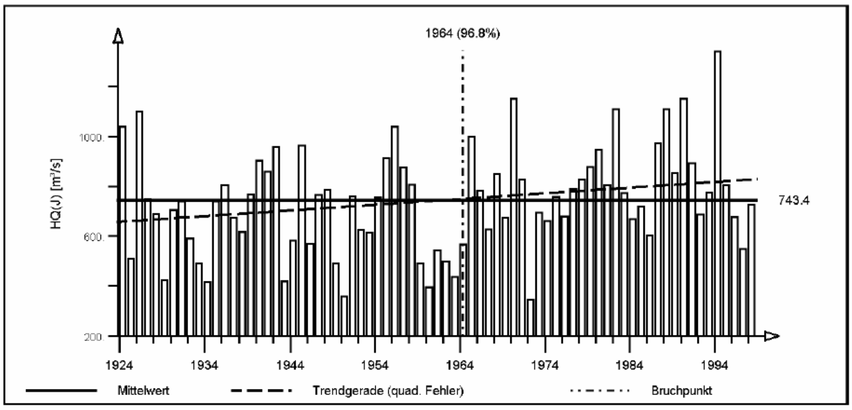


Abb. 4: „Westlage zyklonal" (Wz) für die Winter (Dez.-Feb.) des Zeitraumes 1881-2004. Linkes Bild: Häufigkeiten f [%], rechtes Bild: max. Dauer T_{max} zusammenhängender Wz-Perioden [Tage]. Ausgleichskurven: Polynom 4. Grades.

Mittlere Jahresabflüsse Donauwörth

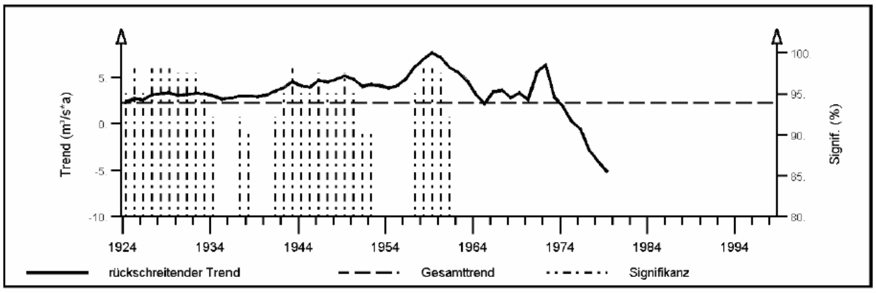
(Straub 2004)



Mittelwert, Bruchpunkt nach Mann-Whitney und linearer Trend: 2.286 $m^3/s*a$
(Trend-Signifikanz nach Mann-Kendall: 95%)

Mittlere Jahresabflüsse Donauwörth

(Straub 2004)



Rückschreitender Trend mit Signifikanz nach Mann-Kendall

Progressive Detrended Fluctuation Analysis (PDFA)

- Staudacher et al. (2005)
- Prinzip: Vergleich verschiedener Teilstücke einer Zeitreihe hinsichtlich
  - der Varianz der Werte bzw. der (langreichweitigen) Korrelationen
  - auch für Trend-behaftete Zeitreihen geeignet
  - basierend auf der Detrended Fluctuation Analysis
  - ermöglicht online-Erkennung von „Bruchpunkten"

Detrended Fluctuation Analysis (DFA)

Verfahren:

1. Normierung der Daten auf Mittelwert *0*: $y(t) = x(t) - \bar{x}$
2. Unterteilung der Zeitreihe in ***m*** gleich lange, nicht überlappende Teilstücke der Länge *k*
3. Fensterweise Bereinigung um den jeweiligen (nicht-linearen) Trend für die Fenster *j=1, ..., j=m*: $y'(t) = y(t) - y_{trend}(i, j)$
4. Bestimmung der Standardabweichung $\sigma(y'(t)$ für die gesamte Zeitreihe
5. Wiederholung für unterschiedliche Fenstergrößen *k* und Bestimmung des Fluktuationsexponenten $\alpha = \log\sigma(k) / \log k$

Fluktuationskoeffizient α

- Charakterisiert langreichweitige Korrelationen (vergleiche Hurst-Koeffizient):
- $\alpha = 0,5$: weißes Rauschen
- $0,5 < \alpha = 0,5$: langreichweitige Korrelationen (Persistenz)

PDFA als Erweiterung der DFA

PDFA = ***Progressively*** DFA

Im Unterschied zur DFA:

- konstante kleine Fensterlänge
- Beginn mit dem ersten Fenster und schrittweise Berücksichtigung der nachfolgenden Fenster
- in der Grafik der kumulierten $\sigma(m)$ gegen die Anzahl der Datenpunkte sind „Bruchpunkte“ (*Change Points*) an der veränderten Steigung der Kurve erkennbar
- Überprüfung der Stabilität der Ergebnisse durch Wiederholung mit variierter Fensterlänge k

Beispiel: Künstlicher Datensatz

(Staudacher et al. 2005)

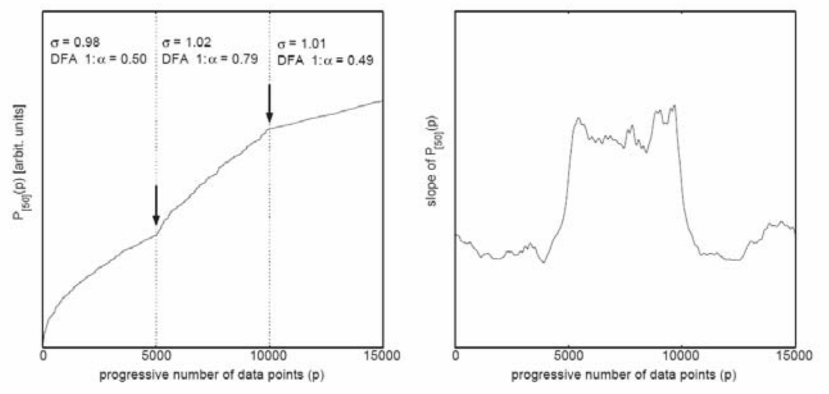
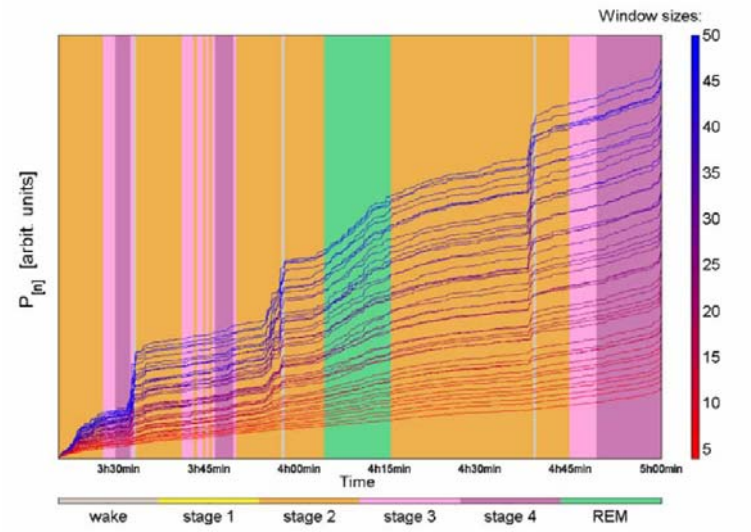


Fig. 2. Change-point detection for artificial data with two built-in change-points. The first and the third of 3 segments contain uncorrelated random numbers, the middle segment long-range correlated random numbers. Left: PDFA function with $P_{[50]}(p)$, right: local slope of the PDFA function obtained by numerical differentiation in a doubly logarithmic scale.

PDFA von EEG-Ableitungen im Schlaflabor

(Staudacher et al. 2005)



Aufgabe

1. Erstellen Sie Doppelsummenkurven für jeweils zwei der drei Parameter des Datensatzes.

2. Führen Sie eine PDFA für einen der drei Parameter des Datensatzes durch; berücksichtigen Sie dabei nur lineare Trends.